



ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ

Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования

«Московский центр развития кадрового потенциала образования»

Приближенные значения и действия с ними

© Шабанова Мария Валерьевна, д.п.н., проф. Начальник отдела ЕНО МЦРКПО

Отдел естественнонаучного образования

1. Причины появления приближенных значений
2. Правила записи и чтения приближенных значений
3. Правила действий с приближенными значениями

1. Причины появления приближенных значений
2. Правила записи и чтения приближенных значений
3. Правила действий с приближенными значениями

Погрешность (ошибка) округления – отклонение числа от его истинного значения, получаемая за счет округления числа с заданной точностью.

Округление применяется для упрощения вычислений, приведения погрешности значений констант в соответствие с погрешностью измеряемых величин.

Из курса математики учащимся известно правило: **12,456 (до целых) \approx 12**

Если число округляется до какого-либо разряда, то все последующие цифры заменяются нулями, цифра этого разряда остается неизменной если после нее стоит 0,1,2,3 или 4, увеличивается на 1, если после нее стоит 5,6,7,8 или 9.

Дальность полета тела, брошенного горизонтально со скоростью 10 м/с, равна высоте бросания. С какой высоты было брошено тело?

Выберите правильный ответ:

а) 20,4 м;

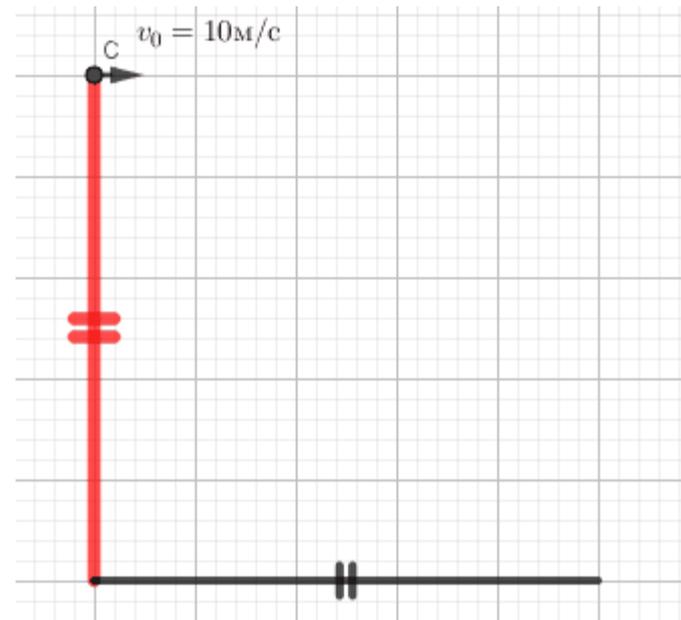
б) 20 м;

в) 20,39 м;

г) 20,5 м.

$$9,780_{\text{ЭКВ}} \leq g \leq 9,832_{\text{ПОЛЮС}}$$

$$\frac{200}{9,832} \leq \frac{200}{g} \leq \frac{200}{9,780}$$



$\bar{g} = 9,80665 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (принято
Международным бюро мер и
весов)

Справочные данные КИМ: $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (до целых)

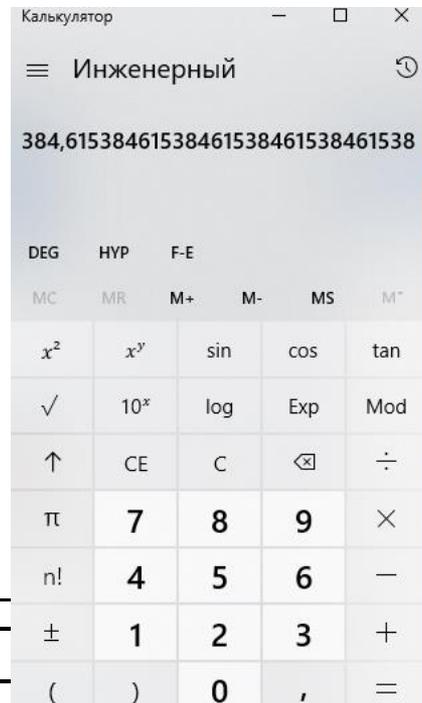
Содержание критерия

Приведено полное правильное решение, включающее следующие элементы:

- 1) верно записано краткое условие задачи;
- 2) записаны уравнения и формулы, применение которых необходимо и достаточно для решения задачи выбранным способом (*в данном решении: закон сохранения энергии, формула расчёта количества теплоты, необходимого для плавления вещества, формула расчёта количества теплоты, необходимого для нагревания вещества, формула для работы тока через мощность тока*);
- 3) выполнены необходимые математические преобразования и расчёты, **приводящие к правильному числовому ответу**, и представлен ответ с указанием единиц. При этом допускается решение "по частям" (с промежуточными вычислениями).

Баллы за выполнение критерия

3



$\tau_2 = ?$

Ответ: ≈ 385 с

Погрешность (ошибка) измерения – отклонение измеренного значения величины от его истинного (действительного) значения.

Если класс точности используемого прибора неизвестен, за **погрешность прибора всегда принимают половину цены его наименьшего деления** (в школьных учебниках алгебры - цену деления).

№18 Запишите результат измерения атмосферного давления с помощью барометра-анероида, учитывая, что **погрешность** измерения равна цене деления.

1) (750 ± 5) мм. рт. ст.

2) (755 ± 1) мм. рт. ст.

3) (107 ± 1) Па

4) $(100,7 \pm 0,1)$ Па

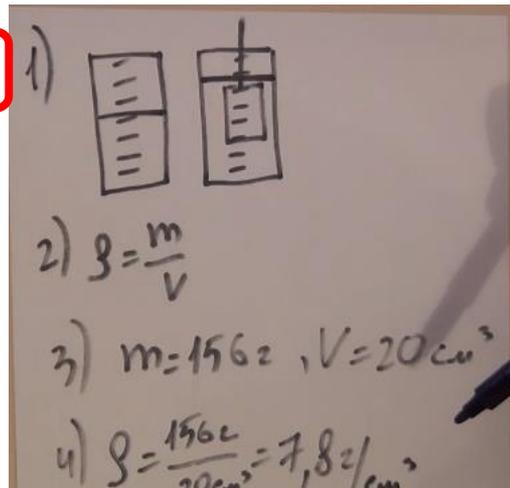


Указание экспертам

Оценка границ интервала, внутри которого может оказаться верный результат, рассчитывается методом границ. Учитывая погрешность (инструментальную и отсчёта) измерения мензурки, получаем: $V = V_2 - V_1 = (20 \pm 2) \text{ мл} = (20 \pm 2) \text{ см}^3$. Так как $\rho = m/V$, то нижняя граница для плотности **НГ(ρ) = 7,1 г/см³**. Верхняя граница **ВГ(ρ) = 8,7 г/см³**.

$$P(7,09 \leq \frac{156 - 0,01}{20 + 2} \leq \frac{m}{V} \leq \frac{156 + 0,01}{20 - 2} \leq 8,67) \geq 0,95$$

- весы рычажные с набором гирь
- измерительный цилиндр (мензурка) с пределом измерения 100 мл, $C = 1 \text{ мл}$
- стакан с водой
- цилиндр стальной на нити $V = 20 \text{ см}^3$, $m = 156 \text{ г}$, обозначить № 1



1. Причины появления приближенных значений
- 2. Правила записи и чтения приближенных значений**
3. Правила действий с приближенными значениями

Правила записи приближенных значений:

1. Запись приближенного значения должна явно или неявно свидетельствовать о его точности.
2. Точность может быть указана следующими способами:
 - указанием **абсолютной погрешности**: $a \pm \Delta_a$;
 - записью, в которой все **значащие** цифры числа - **верные**.

Значащие цифры – 1,2...9; 0 – если стоит между значащими цифрами 1 ...9; стоит в разряде, с точностью до которого производятся вычисления; 0 – не значащая цифра, если стоит в начале или в конце числа.

Пример 1. Пусть при измерении некоторого расстояния с точностью до 1 дм получен результат 203,0 м. Выразим его в других единицах: 0,2030 км, 2030 дм, 20300 см, 203000 мм. Выделенная группа цифр при любой записи остается неизменной. Для того, чтобы различить значащие и незначащие нули в записи числа все незначащие нули принято заменять 10^n . Тогда: $0,2030\text{км} = 2030 \cdot 10^{-4}\text{км}$; $20300\text{мм} = 2030 \cdot 10^2\text{мм}$.

теплота парообразования воды	$2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота парообразования спирта	$9,0 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота плавления свинца	$2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота плавления стали	$7,8 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота плавления олова	$5,9 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота плавления льда	$3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота сгорания спирта	$2,9 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота сгорания керосина	$4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
теплота сгорания бензина	$4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$

Константы	
ускорение свободного падения на Земле	$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
гравитационная постоянная	$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$
скорость света в вакууме	$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
элементарный электрический заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$

С какой точностью указано значение?

Верной считается значащая цифра какого-либо разряда в приближенном числе, если это число имеет погрешность **не больше половины единицы** этого разряда.

Сомнительной считается значащая цифра какого-либо разряда в приближенном числе, если погрешность больше половины единицы этого разряда (связано с правилом округления).

Пример: Найти верный и сомнительные цифры чисел:

$$\underline{234,0} \cdot 10^5 \pm 5 \cdot 10^3; \underline{233,9} \cdot 10^5 \pm 4 \cdot 10^3; \underline{234,0} \cdot 10^5 \pm 6 \cdot 10^3;$$

$$\underline{233,9} \cdot 10^5 \pm 5 \cdot 10^5; \underline{234,0} \cdot 10^5 \pm 5 \cdot 10^4; \underline{233,9} \cdot 10^5 \pm 5 \cdot 10^2.$$

1. Причины появления приближенных значений
2. Правила записи и чтения приближенных значений
- 3. Правила действий с приближенными значениями**

Абсолютная погрешность – модуль

разности между **точным значением** a величины

и ее **приближенным значением** x : $\Delta_a = |a - x|$

Если точное значение числа неизвестно, то

абсолютная погрешность рассчитывается, как

модуль наибольшего отклонения приближенного значения от среднего.

Пример. В результате трехкратных измерений какого-то отрезка получили следующие результаты: 0,321м, 0,286м, 0,317м. Какова абсолютная погрешность измерения? Есть ли в записях результатов измерений верные цифры и каковы они?

$$\bar{a}: \frac{0,321+0,286+0,317}{3} = 0,308(\text{м});$$

$$\Delta_a: 0,321-0,308=0,013; 0,317-0,308=0,009; 0,308-0,286=0,022$$

$$0,3 \pm 0,022$$

Для сохранения погрешности приближенных значений необходимо при округлении сохранять все их верные цифры.

Если округляется хотя бы одна верная цифра, то погрешность значительно вырастает.

1. Абсолютная погрешность алгебраической суммы нескольких приближенных чисел равна сумме абсолютных погрешностей слагаемых.
2. Абсолютная погрешность разности двух приближенных значений равна абсолютной погрешности уменьшаемого.

- выделить числа, имеющие наибольшую абсолютную погрешность, и оставить их без изменения;
- остальные числа округлить таким образом, чтобы сохранить в них на один знак больше, чем в выделенных числах;
- произвести сложение данных чисел, учитывая все сохраненные знаки;
- полученный результат округлить на один знак.

Для оценки точности результата следует найти:

а) сумму предельных абсолютных погрешностей исходных данных $\Delta_1 = \Delta a_1 + \Delta a_2 + \dots + \Delta a_n$

б) абсолютную величину суммы погрешностей (с учетом их знаков) округления слагаемых (Δ_2);

в) погрешность округления результата (Δ_3).

Тогда полная погрешность результата будет равна:

$$\Delta u = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

Пример. Найти суммарную массу колбы с газообразным хлором, если массы колбы и хлора соответственно равны 327,4 и 3,0854 г (в записи чисел все цифры верны).

$$3,0854 \text{ г} \approx 3,09 \text{ г}; 327,4 + 3,09 = 330,49 \text{ г} \approx 330,5;$$

$$\Delta_1 = 0,05 + 0,00005 = 0,05005; \Delta_2 = 3,09 - 3,0854 = 0,0046; \Delta_3 = 330,5 - 330,49 = 0,01$$

$$\Delta = 0,05005 + 0,0046 + 0,01 = 0,06465 < 0,1$$

Ответ: $330,5 \pm 0,1$

Относительная погрешность – это оценка отклонения величины измеренного значения величины от её истинного (действительного)

значения a : $\delta = \frac{\Delta_a}{a}$.

Относительная погрешность не имеет размерности, позволяет определить качество измерения.

Относительная погрешность (δ) произведения/частного нескольких приближенных чисел равна сумме относительных погрешностей сомножителей/ делимого и делителя.

Пусть a_1 и b_1 первые значащие цифры приближенных значений делителя и делимого, имеющих n верных значащих цифр, тогда предельная относительная

погрешность
$$\delta \left(\frac{a}{b} \right) = \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right) 0,1^{n-1}$$

При делении/умножении чисел с различным количеством верных значащих цифр рекомендуется поступать следующим образом:

- выделить число (или числа) с наименьшим количеством верных значащих цифр (наименее точное);
- округлить остальные сомножители так, чтобы каждый из них содержал на одну (или две) значащую цифру больше, чем количество верных значащих цифр в выделенном числе;
- в результате умножения сохранить столько значащих цифр, сколько верных цифр имеет выделенное (наименее точное) число.

Пример. Рассчитать плотность ρ жидкости, если ее масса равна 1,8468г, а объем 1,24 см³ (в записи чисел все цифры верные), найти предельную абсолютную погрешность результата.

$$1,8468\text{г} \approx 1,847\text{г}$$

$$1,847 \div 1,24 = 1,49 \frac{\text{г}}{\text{м}^3}$$

$$\delta \left(\frac{1,8468}{1,24} \right) = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1} \right) \cdot 0,1^{3-1} = 0,02$$

$$\Delta = 1,49 \cdot 0,02 = 0,0298 < 0,03$$

Ответ: $1,49 \pm 0,03$

№ 26

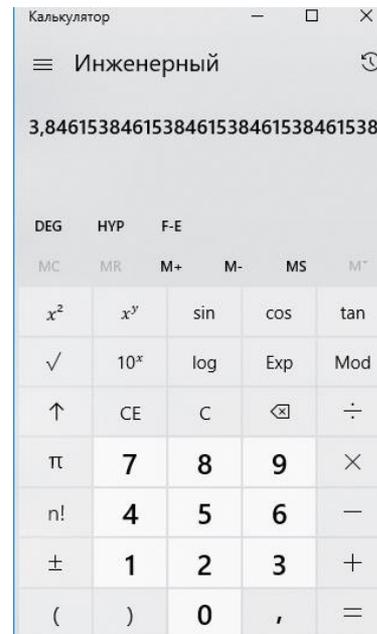
Кусок свинца, имеющего температуру 27 °С, начинают нагревать на плитке постоянной мощности. Через 10 минут от начала нагревания свинец нагрелся до температуры плавления. Сколько ещё времени потребуется для плавления свинца?

$$\tau_2 = \frac{\lambda \tau_1}{c \Delta t} = \frac{600 \cdot 250000}{130 \cdot 300} = \frac{150000000}{39000} \approx 385$$

$$\delta \left(\frac{a}{b} \right) = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{3} \right) 0,1^{5-1} = 0,0001(3)$$

$$\Delta = 385 \cdot 0,0001(3) < 0,1$$

Ответ: $385 \pm 0,1$ сек.



Подробнее можно прочитать:

https://swsu.ru/sveden/files/Metod_B1.V.OD.4_04.03.01_05.02.2016.pdf